

Interrogation de Mathématiques n° 2

2 heures

Calculatrice graphique autorisée

	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4
Total	4	5	5	6

Exercice 1

Pour organiser le passage à l'oral de leur épreuve de langue, les élèves tirent au hasard trois cartons, un dans chacune des trois urnes suivantes :

- La première urne contient les lettres « A », « B » et « C ».
- La seconde urne contient les nombres « 25 » et « 27 ».
- La dernière urne contient les mots « Matin » et « Après-midi ».

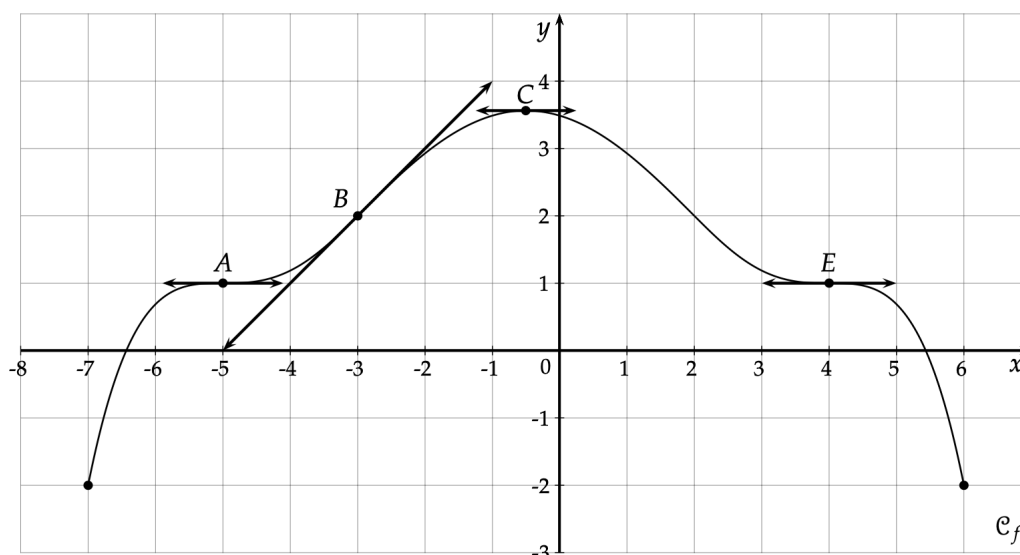
Obtenir le tirage (A ; 25 ; Matin) signifie que l'élève passera son oral le 25 juin au matin avec le sujet A.

1. Décrire la situation à l'aide d'un arbre.
2. Combien y a-t-il de tirages possibles ?
3. Après le tirage on choisit un élève au hasard.
 - (a) Quelle est la probabilité que l'élève choisi passe le matin ?
 - (b) Quelle est la probabilité que l'élève choisi passe le 27 juin ?
 - (c) Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit interrogé sur le sujet C ?
 - (d) Quelle est la probabilité que l'élève choisi passe l'après-midi avec le sujet B ?

Exercice 2

On a tracé la courbe représentative C_f d'une fonction f définie et dérivable sur $[-7; 6]$.

- L'abscisse du point C est égale à $-0,5$.
- La tangente à la courbe C_f au point $B(-3; 2)$ passe par le point de coordonnées $(-5; 0)$.



On note f' la dérivée de la fonction f .

1. Déterminer par lecture graphique le tableau de variation de f .
2. Déterminer $f'(-3)$, en justifiant par un calcul.
3. Déterminer l'équation de la tangente à C_f au point B .
4. Déterminer graphiquement $f'(4)$ et $f'(-5)$.
5. Sans justifier, recopier et déterminer dans chacun des cas, lequel des trois symboles $<$, $=$ ou $>$ est approprié :

$$f'(-5) \dots\dots 0 \qquad f'(-7) \dots\dots f'(6) \qquad f(-3) \dots\dots f(-1) \qquad f'(-6) \dots\dots f(6)$$

Exercice 3

On considère les deux suites suivantes :

- la suite (u_n) définie pour tout entier n par :

$$u_n = \frac{8n - 4}{n + 1}$$

- la suite (v_n) définie par $v_0 = 0$ et $v_{n+1} = 0,5v_n + 3,5$ pour tout entier n .

1. Calculer les termes d'indice 3 des suites (u_n) et (v_n) .
2. On s'intéresse aux variations de la suite (u_n) . Pour cela, on considère la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{8x - 4}{x + 1}$$

- (a) Démontrer que la fonction f est croissante sur $[0 ; +\infty[$.
 - (b) En déduire la monotonie de la suite (u_n) .
3. On considère l'affirmation suivante : « pour tout entier naturel n , $u_n < v_n$ »
Camille pense que cette affirmation est vraie alors que Dominique pense le contraire.
Pour les départager, on réalise le programme suivant écrit en langage Python :

```
def algo( ) :  
    n = 0  
    u = -4  
    v = 0  
    while u < v  
        n = n+1  
        u = (8*n - 4)/(n + 1)  
        v = 0,5*v + 3,5  
    return(n)
```

Le programme renvoie la valeur 11. Qui de Camille ou Dominique a raison ?
Expliquer.

Exercice 4

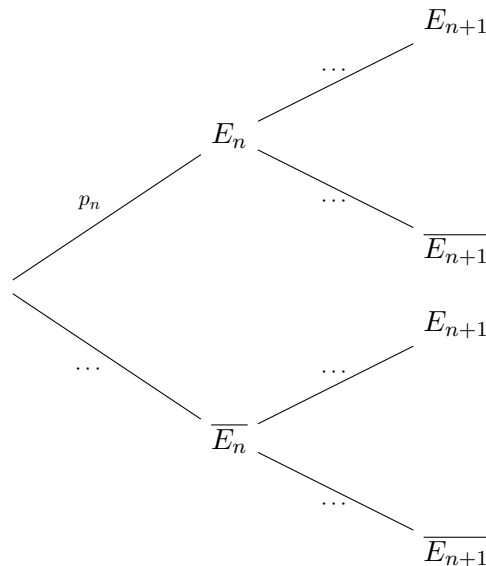
Dans une entreprise, on s'intéresse à la probabilité qu'un salarié soit absent durant une période d'épidémie de grippe.

- Un salarié malade est absent.
- La première semaine de travail, le salarié n'est pas malade.
- Si la semaine n le salarié n'est pas malade, il tombe malade la semaine $n + 1$ avec une probabilité égale à 0,04.
- Si la semaine n le salarié est malade, il reste malade la semaine $n + 1$ avec une probabilité égale à 0,24.

On désigne, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, par E_n l'événement « le salarié est absent pour cause de maladie la $n^{\text{ième}}$ semaine ». On note p_n la probabilité de l'événement E_n .

On a ainsi $p_1 = 0$ et, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, $0 \leq p_n < 1$.

- 1.(a) Déterminer la valeur de p_3 à l'aide d'un arbre de probabilité.
- (b) Sachant que le salarié a été absent pour cause de maladie la troisième semaine, déterminer la probabilité qu'il ait été aussi absent pour cause de maladie la deuxième semaine.
- 2.(a) Compléter l'arbre de probabilité donné ci-dessous :



(b) Montrer que : $P(E_{n+1}) = P(E_n) \times P_{E_n}(E_{n+1}) + (1 - P(E_n)) \times P_{\overline{E_n}}(E_{n+1})$

(c) En déduire que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1 :

$$p_{n+1} = 0,2p_n + 0,04$$

(d) À l'aide de la calculatrice, conjecturer sur la limite de la suite (p_n) .

Qu'en déduire de l'absentéisme du salarié sur le long terme ?